Programación lineal entera binaria para asignación de periodos de vacaciones: Caso Muii S. A. S.

Binary integer linear programming for vacation period allocation: Muii S. A. S. case

Jorge Enrique Rojas Rodríguez [1]

Martha Ruth Mendoza Torres [2]

Recibido: 8 de abril del 2020 **Aceptado:** 4 de noviembre del 2020

DOI: https://doi.org/10.29097/2011-639X.@a

Resumen

Muii S. A. S., fabricante de productos de panadería, requiere que su operación funcione con normalidad, independientemente del momento en que cada operario disfrute de sus vacaciones. El objetivo de este estudio fue optimizar el proceso de asignación de periodos vacacionales, sujeto al número mínimo de operarios requeridos en planta y por área, para cubrir los turnos diarios y ejecutar todas las actividades necesarias. Se utilizó programación lineal entera binaria y software de optimización, y se obtuvo un modelo de asignación de periodos de vacaciones y distribución de operarios disponibles entre actividades y turnos de trabajo, además de parrillas de trabajo y descanso por operario para el segundo trimestre de 2021. El modelo será manejado por la Dirección de planta.

Palabras clave: métodos de optimización, optimización, planeación de producción, programación lineal entera.

Abstrac

Muii S. A. S., a manufacturer of bakery products, requires its operation to function constantly, regardless of each operator's vacation. The objective of this study was to optimize the process of assigning vacation periods, subject to a minimum number of operators required in the plant and per area, to cover daily shifts and execute all the necessary activities. Binary integer linear programming and optimization software were used, and a model was obtained for the allocation of vacation periods and distribution of available operators between activities and work shifts. Also, work and rest grids per operator for the second quarter of 2021 were designed. The model will be managed by the plant Direction.

Keywords: optimization methods, optimization, production planning, integer linear programming.

---

[1] Magíster en Ingeniería Industrial, docente de Ingeniería Industrial, Universidad el Bosque. Consultor independiente en finanzas y operaciones. rojasjorge@unbosque.edu.co

[2] Ph. D. en Educación, Magíster en Ingeniería Industrial, docente de Ingeniería Industrial, Universidad el Bosque.

Introducción

La definición y construcción de este modelo de optimización fueron motivadas dada la dificultad inherente al proceso de planeación de vacaciones de los operarios de la planta de producción de la empresa Muii S. A. S., dada la necesidad de mantener un número mínimo de operarios para cada turno de trabajo, con habilidades específicas para el desarrollo de actividades de horneo, desmolde y empaque de productos. Muii S. A. S. fabrica productos de maquila para marcas propias de cadenas de comercio al por menor o insumos que agregan valor a otros productos (por ejemplo bizcochos para helados), como los brownies, las trufas de brownie, los alfajores, las galletas y la miga de brownie; productos principales que representan aproximadamente el 90 % del portafolio de oferta y la producción total de la empresa cada semana.

Como la Dirección de la planta recibe las órdenes de compra de los clientes de estos productos cada fin de semana, programa la producción y el despacho de estas para la siguiente semana. Y al conocer las tasas de crecimiento orgánico de las ventas de la empresa y las esperadas por nuevos proyectos comerciales, le es posible predecir el volumen de producción esperado por tipo de producto, aún sin recibir órdenes de compra de los clientes.

La planta trabaja en tres turnos diarios, cuyos horarios están comprendidos entre las 6 a. m. y las 2 p. m. para el primer turno, las 2 p. m. y las 10 p. m. para el segundo turno, y las 10 p. m. y las 6 a. m. para el tercero.

La Dirección de la planta programa la cantidad de personal requerido en cada uno de estos tres turnos diarios acorde con el volumen de producción esperado, verifica la disponibilidad de cada operario para un turno específico y las habilidades con las que cuenta para el desarrollo de actividades en alguna de las áreas principales, es decir horneo, desmolde o empaque.

El total de operarios es de 25 para distribuir entre los tres turnos, lo cual garantiza al menos seis (6) operarios por turno y por área, y se requiere contar con al menos un experto en horneado, otro en desmolde y dos expertos en empaque, responsables de liderar la operación de dichas áreas y orientar el trabajo de los demás operarios.

Como estos requerimientos de cantidad de personal por turno y perfiles expertos son necesarios para garantizar el normal funcionamiento de la planta, se requiere que la asignación del personal responda a ellos mismos. Pero se han presentado casos en los que un operario es asignado a un área, a pesar de ser el experto que se requiere en otra área. O un operario que estaba en vacaciones fue requerido para reincorporase al trabajo antes de finalizarlas. O no se pudieron otorgar vacaciones a un operario en el tiempo que las solicitó, por escasez de personal en planta.

Otra dificultad de la programación del personal era su desarrollo manual, lo cual, además de demandar tiempo de la Dirección de la planta, implicaba dejar por fuera consideraciones como condiciones individuales de estudio o familia de cada operario, que restringían su disponibilidad frente a los diferentes turnos y la programación de vacaciones simultáneas para varios operarios, dejando incompleta la cantidad requerida para cada turno o un área sin ellos, si eran expertos.

Si bien el proceso de asignar periodos vacacionales era desarrollado por la Dirección de la planta en conjunto con la Coordinación de Recursos Humanos, suponía un reto operativo, debido a los múltiples factores mencionados, entre estos las habilidades del personal, la disponibilidad de trabajo en diversos turnos y el mínimo de personal necesario por turno. Sin embargo, al ser indispensable que todos los operarios disfruten de un periodo de vacaciones, se esperaría que el segundo trimestre del año en curso sea el punto de partida para otorgarles vacaciones de manera paulatina y así prevenir su agotamiento.

En consideración con lo anterior, un modelo de asignación ayudaría a evitar el consumo de tiempo en actividades de asignación manual de estos periodos vacacionales, y se evitarían errores que entorpezcan la operación o interrumpan las vacaciones del personal.

En este contexto, el objetivo del modelo propuesto es permitir la asignación del personal a turnos, áreas y labores diarias así como a periodos vacacionales, para garantizar la presencia de un mínimo de operarios por turno y área, en labores que estén en capacidad de desarrollar y donde cuenten con el conocimiento previo suficiente. Por tanto en este artículo se presenta el modelo detallado, el cual incluye el objetivo de asignación, la representación matemática, los supuestos sobre los que opera, los índices que permitirán comprender su desarrollo, los parámetros que lo nutren, las variables —que serán objeto de análisis y posterior implementación— y las restricciones que guíen la obtención de un resultado óptimo condicionado.

Respecto a los antecedentes sobre el abordaje de problemas similares, se consultaron investigaciones que utilizan modelos de programación lineal, programación entera y métodos de optimización.

En el artículo "Optimisation of apparel manufacturing resource allocation using a generic optimised table-planning model" (Wong, 2003), se presenta la necesidad de asignar recursos de corte y tendido de telas en empresas de manufactura textil, dado que la metodología empleada, basada en la experiencia y soportada en procesos manuales, impide que se garantice un uso óptimo de los recursos y que se pueda cumplir con tiempos que faciliten los procesos posteriores de confección. Para resolver este problema se propone un modelo denominado GOTP (Generic Optimised Table-Planning), basado en optimización lineal, tanto para el corte manual como el computarizado, en el cual se consideren las restricciones inherentes a los recursos que pueden ejecutar esas tareas. En los hallazgos y las conclusiones se señala que, efectivamente, el modelo es útil para apoyar la asignación de corte manual y computarizado, según los tamaños de trabajo requeridos, lo que contribuye a reducir el tiempo total de fabricación.

Por otra parte, en el artículo "A new mixed production cost allocation model for additive manufacturing (MiProCAMAM)" (Fera et al., 2017) se plantea que ante la falta de modelos para manufactura aditiva, se pueden agrupar diversos materiales para desarrollar objetos 3D, y así tener en cuenta los costos asociados a un contexto de producción general, en vez de centrarse en un contexto particular. Por lo mismo, se elabora un modelo de costo total, que especifica costos de construcción de cada parte, costos de energía (y recursos asociados, por ejemplo gas), costos de materiales y desperdicios. Se concluye que a través del modelo se identifica el costo de cada paso en producción, al fabricar varias formas de producto simultáneamente. Este modelo permite aprovechar fortalezas de modelos existentes y evitar sus debilidades.

A su vez, los autores del artículo “Determining the number of required persons for a company by linear programming and linear optimization methods” (Daneshvar y Jamali, 2013) detectan la necesidad de determinar cómo asignar personal a la operación en una empresa de transportes, para definir el tamaño de la fuerza laboral requerida y los días por trabajar. Para ello, se basan en un modelo de optimización lineal que busca minimizar la cantidad de operarios requeridos, sujeta a un número mínimo diario de ellos para cada día de la semana. Y concluyen que el modelo es útil para determinar el tamaño de la fuerza laboral, considerando en qué día de la semana se debe iniciar y terminar la labor.

El artículo “Entry optimization using mixed integer linear programming” (Baek et al., 2016) propone establecer la combinación de agentes de vuelo en un combate entre dos fuerzas, y se basa en un modelo de optimización que considera en la función objetivo entradas diversas sobre condiciones de cada agente, y plantea restricciones sobre la participación de estos en combate, instalaciones disponibles para este, costos, fuerza disponible e información sobre el enemigo por enfrentar. Se definen escenarios para probar la forma como el modelo haría la asignación y presenta los resultados de asignación de cada uno.

En la conferencia “Production scheduling optimization to minimize makespan and the number of machines with mixed integer linear programming” (Farisal et al., 2021), se expone el propósito de la mejora de la eficiencia, mediante la optimización de las agendas de producción, minimizando el tiempo de ciclo de una orden de fabricación y el número de máquinas empleadas. El modelo incluye restricciones relativas a tiempos de inicio y fin de la producción en cada línea, cantidad de productos que se pueden producir simultáneamente en cada una y los tiempos disponibles. En conclusión, con este modelo es posible reducir tiempos de ciclo y mejorar la utilización de la maquinaria, empleando las máquinas en serie o en paralelo.

También en el artículo “Integer linear programming on preference maximized of workforce scheduling” (Razali et al., 2018) se busca resolver el problema de la asignación de personal en situaciones reales, satisfaciendo restricciones relativas a preferencias de turnos de trabajo y políticas organizacionales. Se desarrolla mediante un modelo de programación lineal orientado a la minimización de costos y sus restricciones están enfocadas en condiciones específicas de asignación según turno, categoría del trabajador (de acuerdo con su cargo) y día de la semana. Se concluye que efectivamente el modelo hace la asignación conforme a lo indicado en las restricciones, minimizando el costo asociado al contar con el personal en esas condiciones, lo cual logra aumentar la eficiencia de la compañía (un minorista en este caso).

Esto se complementa con lo expuesto en el artículo “A linear programming-based method for job shop scheduling” (Bülbül y Kaminsky, 2013), en el cual los autores abordan el problema de asignación de mano de obra en planta de producción mediante optimización. Presentan para ello un modelo de programación lineal orientado a la minimización de costos de mantenimiento de inventario que espera procesarse, y sus restricciones están dirigidas a que los flujos de producción se den de manera lógica y secuenciada, se consideren las restricciones de capacidad y la opción de ejecutar una sola tarea a la vez en una sola máquina. Concluyen por tanto que el modelo permite cumplir con los tiempos tanto al final del proceso como en sus etapas intermedias y soluciona problemas de cuellos de botella que se pueden presentar en los turnos de trabajo.

Por su parte, la conferencia “How to model production planning in a rolling horizon using linear programming coupled with clearing function” (De Sampaio et al., 2015) plantea un modelo de planeación de producción, que incluye restricciones de capacidad y abordaje, hecho mediante programación lineal y orientado a la maximización de ingresos y las restricciones sobre la necesidad de componentes requeridos en la producción (junto con su disponibilidad), la demanda máxima que el mercado puede absorber, los tiempos de producción requeridos por unidad de producto, junto con la disponibilidad de tiempo para cada recurso de producción y la capacidad de elaboración para cada producto. Se concluye que el modelo permite desplegar la programación de producción a lo largo del horizonte de planeación.

Finalmente, en el artículo “A mixed integer programming approach to multi-skilled workforce scheduling” (Cuevas et al., 2016), los autores aplican programación entera mixta para resolver un modelo de planeación a corto plazo de asignación de personal con múltiples habilidades, según días de trabajo, actividades y días de descanso. El modelo considera la minimización del costo en los turnos de trabajo, sujeta a los requerimientos de mano de obra y carga laboral, para resolver 1000 instancias. Con ello demuestra su utilidad en el logro de asignaciones eficientes de personal, cubriendo necesidades específicas y flexibilizando su asignación. Además de ello, indica que solo se requiere que el 18,2 % de los trabajadores cuente con múltiples habilidades para alcanzar la optimización en la asignación.

Fundamentos teóricos

Los fundamentos del método simplex dual, el modelo de transporte aplicado al problema de asignación de recursos y la programación entera binaria constituyen las bases teóricas consideradas para el estudio y diseño del modelo propuesto.

Método simplex primal y simplex dual

Mientras que el método simplex primal identifica una solución factible inicial del problema de optimización y luego, a través de iteraciones sucesivas, genera soluciones que conducen a un valor óptimo de la función objetivo, el método dual simplex comienza con una solución inicial que no es factible pero sí, óptima (normalmente acompañada de variables artificiales) y, a través de iteraciones sucesivas, propone soluciones que se mueven hacia el espacio factible sin perder su condición de óptimas, hasta llegar a la factible y óptima a la vez (Taha, 2004).

La forma estándar del método simplex primal establece que la ecuación de cada restricción tiene una variable de holgura y las ecuaciones son iguales a valores no negativos (Taha, 2004), tal como se aprecia en las siguientes expresiones, en las cuales X1 y X2 son las variables de la función objetivo, y S1 y S2 son las variables de holgura que permiten obtener las igualdades en las ecuaciones de las restricciones.

Función objetivo maximizar z=2X1+3X2, sujeta a:

4X1+2X2 ≤ 20 se transformaría, con la variable de holgura, en 4X1+2X2+S1=20

X1+X2 ≤ 10 se transformaría, con la variable de holgura, en X1+X2+S2=10

X1, X2, S1, S2 ≥ 0, para cumplir con la condición de valores no negativos.

En el caso del método dual simplex, el mismo problema se expresa de la siguiente forma, en la que se consideran en vez de variables de holgura, variables de exceso con coeficiente +1, para lo cual es necesario multiplicar las ecuaciones de restricciones por menos uno (-1) (Taha, 2004):

Función objetivo minimizar z =2X1+3X2, sujeta a:

4X1+2X2 ≥ 20, que se transforma, con la variable de exceso (en este caso una variable artificial), en - 4X1- 2X2+X3= -20

X1+X2 ≥ 10, que se transforma, con la variable de exceso (en este caso una variable artificial), en – X1-X2+X4=-10

X1, X2, X3, X4 ≥ 0, para cumplir con la condición de valores no negativos, al ser X3 y X4 variables artificiales.

Así, si X1 y X2 en la solución inicial toman el valor de 0, X3 = -20 y X4 = -10, lo cual corresponde a una solución no factible, las iteraciones dual simplex llevarán a retomar la factibilidad de todas las variables, o a indicar que el problema definitivamente es insoluble, dada la imposibilidad de viabilizar las variables básicas del problema.

Modelo del transporte como caso particular de los modelos de asignación de recursos

Un modelo de transporte es un caso específico de programación lineal que se caracteriza por un conjunto de fuentes i indexadas en el rango 1…m, que suministran un bien, el cual es enviado desde estas hacia unos puntos de demanda o destino j indexados en el rango de 1...n (Winston, 2005). La cantidad enviada entre la fuente i y el destino j se representa por la variable entera Xij, y el costo incurrido en el transporte unitario se representa por Cij. Por lo tanto, la función objetivo que busca minimizar el costo total, se observa en la Ecuación 1 (Winston, 2005):

$$\min z = \sum_{i=1}^{i=m} \sum_{j=1}^{j=n} Cij\ Xij \qquad (1)$$

Se afirma que el modelo del transporte está equilibrado cuando el total de los bienes suministrados es igual al total de los bienes demandados.

Un caso específico de este modelo es el problema que asigna m trabajadores a n máquinas o actividades e incurre en un costo de asignación por cada par de trabajador y máquina o actividad Cij (Taha, 2004). Dado que cada trabajador es una fuente, su oferta es 1 y como cada máquina o actividad es una demanda o un destino, esta también será 1 (Taha, 2004), es decir un trabajador por máquina o por actividad, y el costo de asignar el trabajador i a la máquina o actividad j es Cij y se podría asimilar este problema de asignación como un problema de transporte equilibrado, en el cual el suministro de una fuente es igual a la demanda de un destino, es decir 1 (Winston, 2005).

Por tanto, el problema de asignación se expresa así (Taha, 2004):

Xij = 0, si el i-ésimo trabajador no se asigna a la j-ésima máquina o tarea.

Xij = 1, si el i-ésimo trabajador se asigna a la j-ésima máquina o tarea.

Programación entera binaria

En un problema de programación entera, se requiere que las variables sean números enteros no negativos, y cuando estas toman valores de 0 o 1 únicamente, se encuentra un caso de programación entera binaria, en el cual Xi = 1 o 0 (Winston, 2005), como se aprecia a continuación:

Función objetivo maximizar z=2X1+3X2, sujeta a:

4X1+2 X2 ≤ 20,

X1+X2 ≤ 10,

X1, X2=0 o bien 1

Este tipo de problemas se pueden resolver mediante el método de enumeración implícita e inician con una primera solución dual óptima pero no factible (Taha, 2004).

Metodología

El trabajo de recolección de información con los encargados de la Dirección de la planta de producción en la empresa suministró los datos sobre las habilidades específicas con las que cuenta cada operario para cada una de las actividades y su disponibilidad para trabajar a lo largo de cada turno.

Luego se identificaron las causas de las dificultades de la planeación de los periodos vacacionales del personal operativo, y se estableció la necesidad de diseñar un modelo de asignación que permita planear y lograr que cada uno de los operarios de planta disfrute de tres semanas de vacaciones durante el segundo trimestre del año 2021, es decir, un horizonte de planeación de doce semanas, sin afectar el número mínimo de operarios requeridos por turno, área y actividad, además se consideró programar a los operarios disponibles cada semana en cada turno y asignarlos a las actividades específicas.

De esta forma se obtuvieron las siguientes entradas de información para aplicar en el modelo: listado de operarios con información sobre habilidades de cada uno, referentes a las labores en un área específica (horneo, desmolde o empaque), disponibilidad para trabajar en turnos dados y requerimientos de cantidad mínima de operarios por área específica en cada turno de trabajo.

Con esta información se procedió a diseñar el modelo que se describe a continuación, para poder analizar los resultados y la posibilidad de aplicarlos en la planeación de personal, así como se observó la necesidad de ajustarlos para lograr dicho propósito.

Resultados

Modelo matemático

Para determinar la asignación de operarios de planta a sus periodos vacacionales y establecer cómo designar a los operarios de planta activos a cada área en cada turno, el modelo consideró lo siguiente:

Objetivo. Maximizar la asignación de operarios, tanto a instancias vacacionales como a las áreas de producción en cada turno.

Supuestos. Disponibilidad incondicional de los operarios de planta, en los turnos que ellos mismos han manifestado tenerla.

Disponibilidad de los operarios de planta para rotar entre turnos, según lo que ellos han indicado.

Habilidades suficientes de los operarios de planta para desarrollar las actividades de acuerdo con el área (horneo, desmolde y empaque) y la información suministrada por la Dirección de la planta.

Plena operación de la planta en los diferentes turnos que conforman el horizonte de planeación.

Supuestos de aditividad y determinismo, propios de cualquier problema de programación lineal.

No existen días festivos durante el tiempo en el que los operarios están disfrutando sus vacaciones. En ese sentido, la semana de vacaciones se entiende como cinco días completos.

Los operarios se asignan por turno completo y no se extienden a más de un turno de trabajo por día.

Ningún operario ha tomado previamente alguna semana de vacaciones; así, la primera semana de planeación será, en el mejor de los casos, la primera semana de vacaciones de algún operario.

Una vez terminado el segundo trimestre del año, ningún operario quedará con periodos de vacaciones pendientes por tomar. En el peor de los casos, la última semana del horizonte de planeación (semana 12) será la última semana de vacaciones (semana tres de vacaciones) para algún operario que inicie tardíamente su periodo vacacional.

Parámetros

Habilidades. o, a. Matriz binaria que indica, por cada operario, si está (1) o no (0) capacitado para aportar su aptitud de trabajo en un área específica (horneo, desmolde y empaque).

Figura 1

Matriz de habilidades (o, a)

Matriz de habilidades (o,a)

	Horneado	Desmolde	Empaque
Operario 1	0	1	1
Operario 2	0	0	1
Operario 3	1	0	1
Operario 4	0	0	1
Operario 5	1	0	1
Operario 6	1	0	1
Operario 7	0	0	1
Operario 8	0	0	1
Operario 9	1	1	0
Operario 10	1	0	1
Operario 11	0	0	1
Operario 12	0	0	1
Operario 13	1	0	0
Operario 14	0	0	1
Operario 15	0	0	1
Operario 16	1	0	1
Operario 17	0	1	1
Operario 18	0	0	1
Operario 19	1	0	0
Operario 20	0	1	0
Operario 21	0	1	1
Operario 22	0	0	1
Operario 23	0	0	1
Operario 24	0	0	1
Operario 25	0	1	0

Nota. La Figura 1 detalla una matriz binaria que, para cada operario, indica si se encuentra capacitado (1) o no (0) para el desarrollo de cada una de las tres actividades principales de planta (horneado, desmolde y empaque).

Subíndices

- Conjunto de operarios, indexados por o = 1...25
- Conjunto de áreas de trabajo, indexado por a = 1...3 (horneo, desmolde y empaque)
- Conjunto de turnos, indexado por t = 1…3 (turno 1 o turno A, turno 2 o turno B y turno 3 o turno C)
- Conjunto de semanas de horizonte de planeación, indexado por h = 1...12
- Conjunto de semanas del horizonte de planeación para la segunda semana de vacaciones (horizonte 2), indexado por h2 = 2...12
- Conjunto de semanas del horizonte de planeación para la tercera semana de vacaciones (horizonte 3), indexado por h3 = 3...12
- Conjunto de semana de vacaciones, indexado por v = 1…3

Disponibilidad T. o, t. Matriz binaria que indica, por cada operario, su disponibilidad (1) o la falta de esta (0) para aportar su capacidad de trabajo en un turno específico (A, B o C).

Figura 2

Matriz de disponibilidad (o, a)

Matriz de disponibilidadT (o,t)

	Turno A	Turno B	Turno C
Operario 1	1	1	1
Operario 2	1	1	1
Operario 3	0	1	1
Operario 4	0	1	0
Operario 5	0	1	0
Operario 6	0	1	1
Operario 7	1	1	0
Operario 8	1	0	0
Operario 9	1	0	0
Operario 10	1	0	0
Operario 11	0	1	0
Operario 12	0	0	1
Operario 13	1	1	0
Operario 14	1	0	0
Operario 15	1	1	0
Operario 16	1	0	1
Operario 17	1	0	0
Operario 18	0	0	1
Operario 19	0	0	1
Operario 20	1	1	0
Operario 21	1	0	1
Operario 22	1	0	0
Operario 23	0	1	1
Operario 24	0	1	0
Operario 25	1	0	1

Nota. La Figura 2 ilustra una matriz binaria que, para cada operario, indica si está disponible (1) o no (0) para trabajar en alguno de los tres turnos específicos “A”, “B” o “C” en los que se desarrollan las actividades productivas en la planta.

Requerimientos. a. Matriz de números enteros que indica el número mínimo de operarios que requieren ser asignados a cada una de las áreas de trabajo (horneado, desmolde y empaque) en cada uno de los turnos de trabajo.

La Figura 3 señala una matriz de números enteros que indica para cada área de trabajo (horneado, desmolde y empaque) cuánto personal mínimo es requerido en todos los turnos de trabajo.

Figura 3

Matriz de requerimientos área (a)

Matriz de requerimientos (a)	
Horneado	1
Desmolde	1
Empaque	2

Variables

xv o, h, v: matriz binaria que contiene la asignación de cada operario de planta o a lo largo del horizonte de planeación h, a su primera, segunda o tercera semana de vacaciones, según el valor de v en el rango señalado (1.3).

xat o, a, t, h: matriz binaria que incluye la asignación de cada operario de planta o a un área específica a, para un turno puntual t (A, B o C), en una semana específica h del horizonte de planeación, la cual se expresa tal como se observa en la Ecuación 2.

Función objetivo (maximización)

$$\sum_{o=1}^{25}\sum_{h=1}^{12}\sum_{v=1}^{3} xv_{o\,h\,v} + \sum_{o=1}^{25}\sum_{a=1}^{3}\sum_{t=1}^{3}\sum_{h=1}^{12} xat_{o\,a\,t\,h} \qquad (2)$$

Restricciones

Requerimiento mínimo de personal. (108 restricciones) para cada área, en cada turno y en cada semana del horizonte de planeación, tal como se expresa en la Ecuación 3.

$$\sum_{o=1}^{20} xat_{o\,a\,t\,h} * Habilidades_{o\,a} \geq Requerimientos_{a}\ \forall t, a, h \qquad (3)$$

Disponibilidad de un operario para ser asignado a la producción. (300 restricciones) para cada operario y en cada semana del horizonte de planeación. En caso de estar de vacaciones, bien sea disfrutando de su primera, segunda o tercera semana de vacaciones, no podrá ser asignado. Esto se aprecia en la Ecuación 4.

$$\sum_{t=1}^{3}\sum_{a}^{3} xat_{o\,a\,t\,h} \leq 1 - \sum_{v=1}^{3} xv_{o\,h\,v}\ \forall h, o \qquad (4)$$

Obligación de iniciar vacaciones (25 restricciones) para cada operario. Se valida que debe tomar su primera semana de vacaciones durante los diez primeros periodos del horizonte de planeación, lo cual se aprecia en la Ecuación 5.

$$\sum_{h=1}^{10} xv_{o\,h\,1} = 1 \ \forall o \tag{5}$$

Imposibilidad de estar en la segunda semana de vacaciones, durante la primera semana del horizonte de planeación (25 restricciones); para cada operario es imposible que se encuentre en su segunda semana de vacaciones, al ser la primera semana del horizonte de planeación, tal como se observa en la Ecuación 6.

$$xv_{o\,1\,2} = 0 \ \forall o \tag{6}$$

Imposibilidad de estar en la tercera semana de vacaciones, durante la primera semana del horizonte de planeación (25 restricciones); para cada operario es imposible que se encuentre en su tercera semana de vacaciones, al ser la primera semana del horizonte de planeación. Esto se aprecia en la Ecuación 7.

$$xv_{o\,1\,3} = 0 \ \forall o \tag{7}$$

Imposibilidad de estar en la tercera semana de vacaciones, durante la segunda semana del horizonte de planeación (25 restricciones); para cada operario es imposible que se encuentre en su tercera semana de vacaciones, al ser la primera semana del horizonte de planeación, lo cual se observa en la Ecuación 8.

$$xv_{o\,2\,3} = 0 \ \forall o \tag{8}$$

Presencia de un mínimo de operarios en cada turno (36 restricciones). Para cada turno de trabajo en una semana específica debe haber al menos seis personas asignadas. Lo mismo se expresa a través de la Ecuación 9.

$$\sum_{o=1}^{25} \sum_{a=1}^{3} xat_{o\,a\,t\,h} \geq 6 \ \forall t, h \tag{9}$$

Inicio de la segunda semana de vacaciones (11 restricciones). Para cada operario se debe garantizar que, si estuvo en una semana específica en su primera semana de vacaciones, la siguiente semana estará en su segunda semana de vacaciones. La Ecuación 10 expresa esta condición.

$$xv_{o\,h2\,2} = xv_{o\,h2-1\,1} \ \forall o, h2 \tag{10}$$

Inicio de la tercera semana de vacaciones (10 restricciones). Para cada operario se debe garantizar que, si estuvo en una semana específica en su segunda semana de vacaciones, la siguiente semana estará en su tercera semana de vacaciones, lo cual se expresa mediante la Ecuación 11.

$$xv_{o\,h3\,3} = xv_{o\,h3-1\,2} \ \forall o, h3 \tag{11}$$

 ISSN-e: 2590-6062

Las variables de asignación de trabajo son números binarios (2700 restricciones). Para cada operario, semana del horizonte de planeación, área y turno, los posibles resultados son 1 (asignado) o 0 (no asignado), lo cual se observa en la Ecuación 12.

$$xat_{o\,a\,t\,h} \in \{0,1\}\ \forall o,a,t,h \tag{12}$$

Las variables de asignación de vacaciones en primera, segunda y tercera semanas son números binarios (900 restricciones). Para cada operario, semana del horizonte de planeación y semana de vacaciones, los posibles resultados son 1 (asignado) o 0 (no asignado). Significan que el operario específico en alguna semana del horizonte de planeación se encuentra asignado a su primera, segunda o tercera semana de vacaciones. Esto se expresa mediante la Ecuación 13.

$$xv_{o\,h\,v} \in \{0,1\}\ \forall o,h,v \tag{13}$$

Figura 4

Matriz resultado de la variable xat - Vista general

Matriz resultado de la variable xat - vista general

Operarios	Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6	Sem. 7	Sem. 8	Sem. 9	Sem. 10	Sem. 11	Sem. 12
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
5	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
6	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
8	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
11	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
12	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
13	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
16	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
18	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
21	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
22	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
23	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
24	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
Total Semana	21	20	18	18	18	18	18	19	21	18	18	18

Nota. La Figura 4 detalla una matriz binaria por operario, que indica si a lo largo de las 12 semanas, que conforman el horizonte de planeación, está asignado a alguna tarea en algún turno.

Función objetivo y variables optimizadas

Si bien la variable **xat** o a t h tiene cuatro subíndices (representando 2700 variables individuales de asignación), obtenidos los resultados detallados, se puede, mediante una hoja de cálculo, resumir en general los resultados. La Figura 4 muestra los resultados y detalla el operario (o) y la semana del horizonte de planeación (h). Aquellos valores cuya asignación es 1, indicarían que el operario está asignado en esa semana en alguno de los tres turnos (“A”, “B” o “C”) a alguna de las tres áreas (horneado, desmolde o empaque). Es así como aquellos valores en 0 indicarían que el operario no puede ser asignado, y encontrarse de vacaciones sería la única razón para ello.

De la misma forma, se podría ver la variable xat o a t h ya no detallando cada operario, sino cada turno y área en el horizonte de planeación. Este resultado permitiría ver el cumplimiento de las restricciones relativas al número de operarios por turno (seis) y los requerimientos mínimos por área (uno en horneado, uno en desmolde y dos en empaque). Mediante la Figura 5 se puede validar la condición de contar con mínimo un operario en horneado, uno en desmolde y dos en empaque en todos los turnos de trabajo.

Figura 5

Matriz resultado de la variable xat - *Vista por turno y área*

Matriz resultado de la variable xat - vista por turno y área

Operarios	Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6	Sem. 7	Sem. 8	Sem. 9	Sem. 10	Sem. 11	Sem. 12
Turno 1	**9**	**8**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**7**	**9**	**6**	**6**	**6**
Horneado	3	1	3	2	2	2	2	2	4	1	2	3
Desmolde	2	2	1	1	1	1	1	2	2	1	2	1
Empaque	4	5	2	3	3	3	3	3	3	4	2	2
Turno 2	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**
Horneado	1	3	1	2	2	2	3	1	2	1	1	1
Desmolde	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1
Empaque	4	2	4	3	2	3	2	4	3	4	4	4
Turno 3	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**
Horneado	2	2	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1
Desmolde	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2
Empaque	3	2	2	4	4	3	4	3	4	3	4	3
Total semana	**21**	**20**	**18**	**18**	**18**	**18**	**18**	**19**	**21**	**18**	**18**	**18**

Nota. La Figura 5 detalla una matriz en la que se indica el número de operarios asignados a cada uno de los turnos (turno “a” o turno 1, turno “b” o turno 2, turno “c” o turno 3), con el fin de validar que cada turno a lo largo del horizonte de planeación cumpla con la condición de contar con al menos seis operarios.

Por último, para esta variable **xat** o a t h se puede ver el detalle para tres operarios (1, 2 y 25) y su asignación por turno y área en cada una de las semanas del horizonte de planeación.

Figura 6

Matriz resultado de la variable xat - vista por operario, turno, área y semana del horizonte de planeación

Matriz resultado de la variable xat - vista por operario turno, área y semana del horizonte de planeación

Operarios	Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6	Sem. 7	Sem. 8	Sem. 9	Sem. 10	Sem. 11	Sem. 12
Operario 1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Turno 1	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Turno 2	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Empaque	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Turno 3	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Empaque	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Operario 2	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Turno 1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Turno 2	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Turno 3	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Empaque	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
Operario 25	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Turno 1	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Turno 2	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Turno 3	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**
Horneado	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Desmolde	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0
Empaque	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Nota. La Figura 6 muestra una matriz binaria por operario, que detalla la asignación para un ejemplo de tres de ellos en los turnos específicos de trabajo y áreas explícitamente nombradas a lo largo del horizonte de planeación. Si un operario está asignado en una semana, turno y área específicos, se representa por el número 1 (asignado) y de no ser así, se representa con el número 0 (no asignado).

En las variables de vacaciones, el detalle completo de la variable **xv** o h v que evidentemente considera tres subíndices (y por ello contempla 900 variables individuales), se pueden resumir los resultados de forma general, mediante una hoja de cálculo. La figura a continuación (Figura 7) muestra los resultados y detalla el operario (o) y la semana del horizonte de planeación (h) para comprender cómo se están tomando las vacaciones. Aquellos valores cuya asignación es 1, indicarían que el operario está asignado a vacaciones en esa semana; caso contrario, deberá estar asignado a la producción en planta. Si se observa en detalle, este resultado complementa el primer resultado presentado en la variable **xat** o a t h. Aquí se puede observar que, en efecto, todos los operarios tomarían su periodo vacacional de tres semanas en el trimestre que conforma el horizonte de planeación.

Figura 7

Matriz resultado variable xv - Vista por operario y semana del horizonte de planeación

Matriz resultado de la variable xv - vista por operario y semana del horizonte de planeación

Operarios	Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4	Sem. 5	Sem. 6	Sem. 7	Sem. 8	Sem. 9	Sem. 10	Sem. 11	Sem. 12
1	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0
5	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
8	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
11	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
16	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0
18	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**
21	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0
22	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0
24	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	**1**	**1**	**1**	0	0	0	0	0	0
Total semana	**4**	**5**	**7**	**7**	**7**	**7**	**7**	**6**	**4**	**7**	**7**	**7**

Nota. La Figura 7 explica una matriz binaria por operario, que indica si a lo largo de las 12 semanas que conforman el horizonte de planeación está asignado su periodo de vacaciones, bien sea en su primera, segunda o tercera semana de descanso. Así las cosas, se asigna 1 si está descansando y 0 si no lo está.

Igualmente, se puede ver el detalle completo de la variable **xv** o h v para tres operarios en específico (1, 2 y 25). La Figura 8 describe una matriz binaria por operario, que indica si a lo largo de las 12 semanas que conforman el horizonte de planeación está asignado específicamente a alguna de las tres semanas de descanso por vacaciones.

Figura 8

Matriz resultado de la variable xv - vista por semana de vacaciones

Matriz resultado de la variable xv - vista por semana de vacaciones												
Operarios	**Sem. 1**	**Sem. 2**	**Sem. 3**	**Sem. 4**	**Sem. 5**	**Sem. 6**	**Sem. 7**	**Sem. 8**	**Sem. 9**	**Sem. 10**	**Sem. 11**	**Sem. 12**
Operario 1	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Sem. 1 de Vac.	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 2 de Vac.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 3 de Vac.	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Operario 2	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Sem. 1 de Vac.	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 2 de Vac.	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 3 de Vac.	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Operario 25	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Sem. 1 de Vac.	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 2 de Vac.	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Sem. 3 de Vac.	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Nota. Esta figura es un detalle de la anterior, en el sentido en que especifica en cuál semana de descanso se encuentra cada operario (primera, segunda o tercera).

Para este caso particular, el valor de la función objetivo no es exactamente relevante; sin embargo se puede indicar que equivale a 300 e incluye asignación de 25 operarios durante tres semanas (aporte de 75 valores de 1 a la función objetivo), además asigna a 21 operarios en la primera semana; 20 en la segunda; 18 en las semanas 3, 4, 5, 6 y 7; 19 en la semana 8; 21 en la semana 9; y 18 en las semanas 10, 11 y 12 del horizonte de planeación (aporte de un valor de 1 en cada operario, al ser asignado).

Conclusiones

La definición de un esquema de programación de vacaciones de operarios de planta en Muii S. A. S. realizado de forma manual (es decir a través de ensayo y error) es un reto, pues corresponde a manejar simultáneamente 2700 variables de asignación de personal a la producción (detallan a cada operario, en cada turno, cada área y en las semanas que conforman el horizonte de planeación) y otras 900 variables (describen a cada operario, en su semana 1, semana 2 o semana 3 de vacaciones, durante el horizonte de planeación), por lo cual este modelo de programación lineal entera binaria es una herramienta útil para esta programación, por cuanto mejora la precisión de la información y garantiza el cumplimiento de las restricciones establecidas por la organización.

Por otra parte, el modelo contempla 4165 restricciones y considera que las referidas a variables de asignación de operarios a turnos y de asignación de operarios a vacaciones deben ser binarias. Si estas restricciones de condición binaria se excluyeran, aun así serían 565 restricciones, las cuales serían difíciles de cumplir en el horizonte de planeación a través de una programación manual, por lo que existiría el riesgo de cometer errores de asignación, que generarían problemas para la correcta ejecución de la producción en planta, por ejemplo, al indicar que un mismo operario apareciera programado para dos turnos en un mismo día, lo cual no solo contraviene la legislación laboral que establece jornadas de ocho horas diarias y máximo dos horas extras ocasionalmente, sino que de presentarse ocasionaría sobrecostos por horas extra y desgaste laboral del operario.

El modelo puede ser enriquecido en un futuro mediante la inclusión de nuevas variables relativas a necesidades de capacitación en las restricciones o a la puntuación de experiencia en la función objetivo, buscando mayor precisión en la asignación, en la medida en que surja la necesidad en la organización o como una aproximación académica que brinde profundidad.

Referencias

Baek, S., Moon, S. y Jin Kim, H. (2016). Entry optimization using mixed integer lineal programming. International Journal of Control, Automation and Systems, 14(1)), 282-290. http://dx.doi.org/10.1007/s12555-014-0270-6

Bülbül, K. y Kaminsky, P. (2013). A linear programming-based method for job shop scheduling. Journal of Scheduling, 16(2), 161-183. https://research.sabanciuniv.edu/22947/1/jobshop_SB.pdf

Cuevas, R., Ferrer, J. C., Klapp, M. y Muñoz, J. C. (2016). A mixed integer programming approach to multi-skilled workforce scheduling. Journal of Scheduling, (19), 91-106. http://doi.org/10.1007/s10951-015-0450-0

Daneshvar, S. y Jamali, M. (2013). Determining the number of required persons for a company by linear programming and linear optimization methods. Kuwait Chapter of Arabian Journal of Business and Management Review, 2(9), 39-41. https://www.arabianjbmr.com/pdfs/KD_VOL_2_9/5.pdf

De Sampaio, R., Wollmann, R. y Vieira, P. (2015). How to model production planning in a rolling horizon using linear programming coupledwith clearing function. En Institute of Industrial Engineers (IIE) Annual Conference & Expo, Nashville, Proceedings of the 2015 Industrial and Systems Engineering Research Conference (pp. 1611-1616). S. Centikaya and J. K. Ryan.

Farisal, F., Gabriel, D. S., Rachman, A. y Rinaldi, I. (2021). Production scheduling optimization to minimize makespan and the number of machines with mixed integer linear programming. 2nd Conference on Innovation in Technology (CITES 2020). IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 1041, 1-13. http://doi.org/10.1088/1757-899X/1041/1/012046

Fera, M., Fruggiero, F., Costabile, G., Lambiase, A. y Pham, D. T. (2017). A new Mixed Production Cost Allocation Model for Additive Manufacturing (MiProCAMAM). The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 92, 4275-4291. http://doi.org/10.1007/S00170-017-0492-X

Razali, S. N., Mei Fen, L., Arbin, N. y Khamis, A. (2018). Integer linear programming on preference maximized of workforce scheduling. Compusoft, an International Journal of Advanced Computer Technology, 7(11), 2926-2930. https://ijact.in

Taha, H. (2004). Investigación de operaciones. Séptima edición. Pearson Educación. http://www.uenicmlk.edu.ni/img/biblioteca/Administraci%C3%B3n%20Investigaci%C3%B3n%20de%20Operaciones%20-%20Hamdy%20A.%20Taha%20-%207ma%20Edici%C3%B3n.pdf

Winston, W. (2005). Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos. Thomson.

Wong, W. K. (2003). Optimisation of apparel manufacturing resource allocation using a generic optimised table planning model. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 21(12), 935-944. http://doi.org/10.1007/s00170-002-1414-z